المقدمة
Introduction

نشأت في بداية السبعينات دراسات للإحصاءات المرتبة لنماذج تحتوي نقط متطرفة (Outliers models)، (David et al., 1977 وَ David & Shu 1978) . وبالرغم من أن معظم الأبحاث في هذا الإتجاه تركزت على وجود نقطة متطرفة واحدة في العينة (single outlier model) ، (Balakrishnan, 1988b) وَ (Barnett & Lewis, 1994)، إلا أنه خلال الخمس عشرة سنة الماضية تقريباً ظهرت الكثير من الأبحاث التي درست النماذج ذات النقط المتطرفة المتعددة (multiple outliers models) والتي تعتبر صورة خاصة من الإحصاءات المرتبة لمتغيرات عشوائية مستقلة غير متطابقة التوزيع (inid)، (Balakrishnan & Kannan, 2003 وَ Balakrishnan & Barnett, 2003)، (Balakrishnan, 2007)، (Moshref & Sultan, 2008). وقد تم اشتقاق العزوم المفردة والثنائية وعلاقات تكرارية بين هذه العزوم في حالة وجود قيم متطرفة في العينة محل الدراسة لتوزيعات متصلة مثل التوزيع الأسي (exponential) (Balakrishnan, 1994a) وتوزيع وايبل العام (generalized Weibull) ، (Ashour et al., 2002) وتوزيع وايبل جاما (weibull Gamma) وتوزيع لوماكس في حالة القطع المزدوج (Double Truncated Lomax) ، (Mohie Elidin et al., 2007) وفي حالة عدم القطع وكذلك توزيع أيرلنج (Erlang distribution)، (Abdelkader, 2003) وتوزيع جاما (Gamma distribution)، (Abdelkader, 2004) وتوزيع بير الثاني عشر (Burr XII)، (Jamjoom, 2006)، وقد أسفرت نتائج هذه الأبحاث عن استخدامات مفيدة وشيقة حول قوة مقدرات المعالم المختلفة للعديد من التوزيعات الإحصائية المتصلة.

وبإلقاء الضوء على موضوع التوزيعات الاحتمالية المتقطعة فإن موضوع الإحصاءات المرتبة لمتغيرات عشوائية متقطعة ومستقلة ومتطابقة التوزيع بدأ بواسطة (Rider, 1951 وَ Abdel-Aty, 1954 وَ Siotani, 1956). و من المراجع الهامة في هذا الموضوع على سبيل المثال لا الحصر (Balakrishnan, 1986) وَ Arnold et al., 1992 وَ Evans, 2006).

وفي عام ٢٠٠٩ قدم Gungor et al., دراسة موجزة شملت موضوع توزيعات الإحصاءات المرتبة لمتغيرات عشوائية متطابقة (identical) وغير متطابقة (nonidentical) ، مستقلة (independent) وغير مستقلة (dependent) ومتقطعة (discrete) ومتصلة (continuous) وغير متصلة (discontinous) حيث ذُكرت العلاقات بين هذه التوزيعات.

هدفنا في هذه الرسالة تقديم بعض الإضافات فيما يتعلق بالعزوم حيث أضفنا طريقة لإيجاد العزوم المفردة وهي طريقة الدالة المولدة للعزوم، وطبقنا الطرق الواردة في الأبحاث على توزيعات أخرى لم تدرس عزومها. أيضاً تناولنا الحالة التي يكون فيها عدم التطابق ناتج عن وجود نقطة متطرفة تتبع التوزيع الطبيعي أو توزيع جاما حيث العينة الكاملة تتبع توزيع بير الثاني عشر وذلك باستخدام طريقة التقريب لتوزيع بير، وتناولنا توزيع جديد وهو توزيع مربع الجيب، فأوجدنا له الإحصاءات المرتبة في حالة التطابق (iid) وفي حالة عدم التطابق (inid) وعزوم هذه الإحصاءات، ثم تناولنا الإحصاءات المرتبة لمتغيرات عشوئية مستقلة تتبع توزيعات متقطعة وعزومها.

تتألف هذه الرسالة من أربعة أبواب وهي:

الباب الأول : وقد تناولنا فيه موضوع عزوم الإحصاءات المرتبة لمتغيرات عشوائية مستقلة غير متطابقة التوزيع من عدة اتجاهات. يعتمد الاتجاه الأول الذي أسسه (Balakrishnan, 1994a)، على إيجاد علاقة تفاضلية بين دالة الكثافة الإحتمالية للتوزيع محل الدراسة ودالة توزيعه التراكمية. وقد أطلقنا على هذا الاتجاه طريقة المعادلة التفاضلية (differential equation technique) واختصرناها بـ (DET). وقد استنتجنا بواسطتها علاقات ارتدادية (تراجعيَة) للعزوم المفردة وعزوم حاصل الضرب

لتوزيع أيرلنج الأسي المقطوع (Erlang truncated exponential) . أما الاتجاه الثاني لحساب عزوم الإحصاءات المرتبة لمتغيرات عشوائية مستقلة غير متطابقة التوزيع فقد أسسه Barakat and Abdelkader عام ٢٠٠٣ والذي اطلقنا عليه (BAT) اختصاراً لـ Barakat and Abdelkader technique، والتي طبقناها لاستنتاج العزوم المفردة للتوزيعات التالية: توزيع بيتا من النوع الأول ذي الثلاث معالم (three parameters Beta type I) ، وتوزيع أيرلنج الأسي المقطوع ، انظر (Jamjoom&Al-Saiary, 2010) ، وتوزيع فريشيت الأسّي (Exponentiated Frechet) ، انظر (Jamjoom&Al-Saiary, 2012a) ، والتي عممناها فيما بعد لعائلة من التوزيعات (General class of distributions). وأوجدنا العزوم الخطية والعزوم المبتورة الخطية (L moments & TL moments) لبعض التوزيعات محل دراستنا معتمدين على علاقة العزوم المستنتجة بطريقة (BAT).

وفي عام 2004 طبق Abdelkader طريقة ثالثة مستخدمًا دالة البقاء (the survival function) لحساب عزوم الإحصاءات المرتبة لمتغيرات عشوائية مستقلة غير متطابقة تتبع توزيع جاما وقد أطلقنا على هذا الاتجاه (modefied Barakat and Abdelkader technique) واختصارًا (MBAT). أما الاتجاه الرابع والذي أضفناه فهو طريقة الدالة المولدة للعزوم معتمدين على الاتجاه الثاني وأطلقنا عليه (moment generating function technique) واختصرناه (MGFT) ، ويمكن بهذه الطريقة إيجاد العزوم لمعظم التوزيعات التي تحسب بطريقة Barakat & Abdelkader 2003 (BAT) مثل وتوزيع أيرلنج الأسي المقطوع والتوزيع الأسي ، ولبعض التوزيعات التي يصعب حساب تكاملاتها بطريقة (BAT) كتوزيع بير من النوع الثاني Burr type II. أنظر (Jamjoom&Al-Saiary, 2011).

الباب الثاني: أوجدنا العزوم المفردة للإحصاءات المرتبة من عينة عشوائية مستقلة وغير متطابقة تتبع توزيع بير الثاني عشر وتحتوي على قيم متطرفة من التوزيع الطبيعي أو توزيع جاما مقربين هذين التوزيعين بتوزيع بيرالثاني عشر، معتمدين في

حساباتنا على نتائج (Tadikamalla, 1977) بالنسبة لتوزيع جاما كذلك اعتمدنا على نتائج (Burr, 1973, 1967) بالنسبة للتوزيع الطبيعي ثم قارنّا نتائج الحسابات بإستخدام طريقة (BAT) .

الباب الثالث: في هذا الباب نتطرق إلى أحد التوزيعات الاحتمالية الجديدة التي تعتمد على دالة مثلثية وهي دالة الجيب بمعلمة λ والتي تمثل معلمة شكل للتوزيع وهو توزيع مربع الجيب (Sine square distribution) ، والذي قدمه (AL-Faris & Khan, 2008) ، حيث أوجدا صورة دالة الكثافة الاحتمالية (p.d.f) . ودالة التوزيع التراكمية (c.d.f) والدالة المولدة للعزوم (m.g.f) والدالة المميزة (characteristic function, c.f) والعزوم حول الصفر والعزوم المركزية (the raw and central moments) . بالإضافة إلى بعض الخصائص المهمة لهذا التوزيع. سنوجد في هذا الباب توزيعات الإحصاءات المرتبة المتطابقة وغير المتطابقة لمتغيرات تتبع توزيع مربع الجيب. وسنستعرض بعض الأمثلة عليها عند حجم عينة $n = 3$. وسنوجد أيضًا العزوم المفردة للإحصاءات المرتبة من توزيع مربع الجيب في حالتي التطابق وكذلك في حالة عدم التطابق مستخدمين طريقة بركات وعبدالقادر ٢٠٠٤ . وقد أثبتنا بعض النظريات في إيجاد المعزم k للإحصاء المرتب الأول وكذلك الأخير و العزم k للإحصاء المرتب الرائي في حالة عدم التطابق معتمدين على الدائم (permanent). وأجرينا بعض الحسابات لهذه العزوم مستخدمين برنامج (Mathematica 7)، انظر (Jamjoom&Al-Saiary, 2012b)

الباب الرابع: في هذا الباب سنعرض موضوع توزيعات الإحصاءات المرتبة لمتغيرات عشوائية مستقلة متقطعة وغير متطابقة لثلاثة توزيعات وهي توزيع ذو الحدين (binomial distribution) والتوزيع الهندسي (geometric distribution) وتوزيع بواسون (Poisson distribution) وصور دوال الكثافة ودوال التوزيع للإحصاء المرتب الرائي لهذه التوزيعات في حالة عدم التطابق، وأوجدنا صور لهذه الدوال عند $n = 3$ ، ثم قدمنا علاقة عامة للعزوم المفردة للإحصاء المرتب الرائي لمتغيرات عشوائية مستقلة متقطعة وغير متطابقة، وطبقنا علاقة العزوم على التوزيعات الثلاثة سابقة الذكر.